

# МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

## ГБОУ УР «ЭМЛи №29»

РАССМОТРЕНО

Кафедра математики

СОГЛАСОВАНО

Педагогический совет

УТВЕРЖДЕНО

Директор

---

Приказ № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ г. С.С.Базуева

---

Приказ № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ г. Теплова Г.Б.

---

Приказ № \_\_\_\_\_ от \_\_\_\_\_ г. Аркашев В.П.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**учебного предмета «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Углубленный уровень»**

для обучающихся 11В класса

(7 часов в неделю)



## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

1. Учебный курс «Алгебра и начала математического анализа» является одним из наиболее значимых в программе среднего общего образования, поскольку, с одной стороны, он обеспечивает инструментальную базу для изучения всех естественно-научных курсов, а с другой стороны, формирует логическое и абстрактное мышление обучающихся на уровне, необходимом для освоения информатики, обществознания, истории, словесности и других дисциплин. В рамках данного учебного курса обучающиеся овладевают универсальным языком современной науки, которая формулирует свои достижения в математической форме.

Учебный курс алгебры и начал математического анализа закладывает основу для успешного овладения законами физики, химии, биологии, понимания основных тенденций развития экономики и общественной жизни, позволяет ориентироваться в современных цифровых и компьютерных технологиях, уверенно использовать их для дальнейшего образования и в повседневной жизни. В то же время овладение абстрактными и логически строгими конструкциями алгебры и математического анализа развивает умение находить закономерности, обосновывать истинность, доказывать утверждения с помощью индукции и рассуждать дедуктивно, использовать обобщение и конкретизацию, абстрагирование и аналогию, формирует креативное и критическое мышление.

В ходе изучения учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» обучающиеся получают новый опыт решения прикладных задач, самостоятельного построения математических моделей реальных ситуаций, интерпретации полученных решений, знакомятся с примерами математических закономерностей в природе, науке и искусстве, с выдающимися математическими открытиями и их авторами.

Учебный курс обладает значительным воспитательным потенциалом, который реализуется как через учебный материал, способствующий формированию научного мировоззрения, так и через специфику учебной деятельности, требующей продолжительной концентрации внимания, самостоятельности, аккуратности и ответственности за полученный результат.

В основе методики обучения алгебре и началам математического анализа лежит деятельностный принцип обучения.

В структуре учебного курса «Алгебра и начала математического анализа» выделены следующие содержательно-методические линии: «Числа и вычисления», «Функции и графики», «Уравнения и неравенства», «Начала математического анализа», «Множества и логика». Все основные

содержательно-методические линии изучаются на протяжении двух лет обучения на уровне среднего общего образования, естественно дополняя друг друга и постепенно насыщаясь новыми темами и разделами. Данный учебный курс является интегративным, поскольку объединяет в себе содержание нескольких математических дисциплин, таких как алгебра, тригонометрия, математический анализ, теория множеств, математическая логика и другие. По мере того как обучающиеся овладевают всё более широким математическим аппаратом, у них последовательно формируется и совершенствуется умение строить математическую модель реальной ситуации, применять знания, полученные при изучении учебного курса, для решения самостоятельно сформулированной математической задачи, а затем интерпретировать свой ответ.

Содержательно-методическая линия «Числа и вычисления» завершает формирование навыков использования действительных чисел, которое было начато на уровне основного общего образования. На уровне среднего общего образования особое внимание уделяется формированию навыков рациональных вычислений, включающих в себя использование различных форм записи числа, умение делать прикидку, выполнять приближённые вычисления, оценивать числовые выражения, работать с математическими константами. Знакомые обучающимся множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел дополняются множеством комплексных чисел. В каждом из этих множеств рассматриваются свойственные ему специфические задачи и операции: деление нацело, оперирование остатками на множестве целых чисел, особые свойства рациональных и иррациональных чисел, арифметические операции, а также извлечение корня натуральной степени на множестве комплексных чисел. Благодаря последовательному расширению круга используемых чисел и знакомству с возможностями их применения для решения различных задач формируется представление о единстве математики как науки и её роли в построении моделей реального мира, широко используются обобщение и конкретизация.

Линия «Уравнения и неравенства» реализуется на протяжении всего обучения на уровне среднего общего образования, поскольку в каждом разделе Программы предусмотрено решение соответствующих задач. В результате обучающиеся овладевают различными методами решения рациональных, иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических уравнений, неравенств и систем, а также задач, содержащих параметры. Полученные умения широко используются при исследовании функций с помощью производной, при решении прикладных

задач и задач на нахождение наибольших и наименьших значений функции. Данная содержательная линия включает в себя также формирование умений выполнять расчёты по формулам, преобразования рациональных, иррациональных и тригонометрических выражений, а также выражений, содержащих степени и логарифмы. Благодаря изучению алгебраического материала происходит дальнейшее развитие алгоритмического и абстрактного мышления обучающихся, формируются навыки дедуктивных рассуждений, работы с символьными формами, представления закономерностей и зависимостей в виде равенств и неравенств. Алгебра предлагает эффективные инструменты для решения практических и естественно-научных задач, наглядно демонстрирует свои возможности как языка науки.

Содержательно-методическая линия «Функции и графики» тесно переплетается с другими линиями учебного курса, поскольку в каком-то смысле задаёт последовательность изучения материала. Изучение степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций, их свойств и графиков, использование функций для решения задач из других учебных предметов и реальной жизни тесно связано как с математическим анализом, так и с решением уравнений и неравенств. При этом большое внимание уделяется формированию умения выражать формулами зависимости между различными величинами, исследовать полученные функции, строить их графики. Материал этой содержательной линии нацелен на развитие умений и навыков, позволяющих выражать зависимости между величинами в различной форме: аналитической, графической и словесной. Его изучение способствует развитию алгоритмического мышления, способности к обобщению и конкретизации, использованию аналогий.

Содержательная линия «Начала математического анализа» позволяет существенно расширить круг как математических, так и прикладных задач, доступных обучающимся, так как у них появляется возможность строить графики сложных функций, определять их наибольшие и наименьшие значения, вычислять площади фигур и объёмы тел, находить скорости и ускорения процессов. Данная содержательная линия открывает новые возможности построения математических моделей реальных ситуаций, позволяет находить наилучшее решение в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах. Знакомство с основами математического анализа способствует развитию абстрактного, формально-логического и креативного мышления, формированию умений распознавать проявления законов математики в науке, технике и искусстве. Обучающиеся узнают о

выдающихся результатах, полученных в ходе развития математики как науки, и об их авторах.

Содержательно-методическая линия «Множества и логика» включает в себя элементы теории множеств и математической логики. Теоретико-множественные представления пронизывают весь курс школьной математики и предлагают наиболее универсальный язык, объединяющий все разделы математики и её приложений, они связывают разные математические дисциплины и их приложения в единое целое. Поэтому важно дать возможность обучающемуся понимать теоретико-множественный язык современной математики и использовать его для выражения своих мыслей. Другим важным признаком математики как науки следует признать свойственную ей строгость обоснований и следование определённым правилам построения доказательств. Знакомство с элементами математической логики способствует развитию логического мышления обучающихся, позволяет им строить свои рассуждения на основе логических правил, формирует навыки критического мышления.

В учебном курсе «Алгебра и начала математического анализа» присутствуют основы математического моделирования, которые призваны способствовать формированию навыков построения моделей реальных ситуаций, исследования этих моделей с помощью аппарата алгебры и математического анализа, интерпретации полученных результатов. Такие задания вплетены в каждый из разделов программы, поскольку весь материал учебного курса широко используется для решения прикладных задач. При решении реальных практических задач обучающиеся развивают наблюдательность, умение находить закономерности, абстрагироваться, использовать аналогию, обобщать и конкретизировать проблему. Деятельность по формированию навыков решения прикладных задач организуется в процессе изучения всех тем учебного курса «Алгебра и начала математического анализа».

2. Геометрия является одним из базовых курсов на уровне среднего общего образования, так как обеспечивает возможность изучения дисциплин естественно-научной направленности и предметов гуманитарного цикла. Поскольку логическое мышление, формируемое при изучении обучающимися понятийных основ геометрии, при доказательстве теорем и построении цепочки логических утверждений при решении геометрических задач, умение выдвигать и опровергать гипотезы непосредственно используются при решении задач естественно-научного цикла, в частности физических задач.

Цель освоения программы учебного курса «Геометрия» на углублённом уровне – развитие индивидуальных способностей обучающихся при изучении геометрии, как составляющей предметной области «Математика и информатика» через обеспечение возможности приобретения и использования более глубоких геометрических знаний и действий, специфичных геометрии, и необходимых для успешного профессионального образования, связанного с использованием математики.

Приоритетными задачами курса геометрии на углублённом уровне, расширяющими и усиливающими курс базового уровня, являются:

расширение представления о геометрии как части мировой культуры и формирование осознания взаимосвязи геометрии с окружающим миром;

формирование представления о пространственных фигурах как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные явления окружающего мира, знание понятийного аппарата по разделу «Стереометрия» учебного курса геометрии;

формирование умения владеть основными понятиями о пространственных фигурах и их основными свойствами, знание теорем, формул и умение их применять, умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач;

формирование умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире многогранники и тела вращения, конструировать геометрические модели;

формирование понимания возможности аксиоматического построения математических теорий, формирование понимания роли аксиоматики при проведении рассуждений;

формирование умения владеть методами доказательств и алгоритмов решения, умения их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения стереометрических задач и задач с практическим содержанием, формирование представления о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений;

развитие и совершенствование интеллектуальных и творческих способностей обучающихся, познавательной активности, исследовательских умений, критичности мышления, интереса к изучению геометрии;

формирование функциональной грамотности, релевантной геометрии: умения распознавать проявления геометрических понятий, объектов и закономерностей в реальных жизненных ситуациях и при изучении других учебных предметов, проявления зависимостей и закономерностей,

моделирования реальных ситуаций, исследования построенных моделей, интерпретации полученных результатов.

Основными содержательными линиями учебного курса «Геометрия» в 10–11 классах являются: «Прямые и плоскости в пространстве», «Многогранники», «Тела вращения», «Векторы и координаты в пространстве», «Движения в пространстве».

Сформулированное во ФГОС СОО требование «уметь оперировать понятиями», релевантными геометрии на углублённом уровне обучения в 10–11 классах, относится ко всем содержательным линиям учебного курса, а формирование логических умений распределяется не только по содержательным линиям, но и по годам обучения. Содержание образования, соответствующее предметным результатам освоения Федеральной рабочей программы, распределённым по годам обучения, структурировано таким образом, чтобы ко всем основным, принципиальным вопросам обучающиеся обращались неоднократно. Это позволяет организовать овладение геометрическими понятиями и навыками последовательно и поступательно, с соблюдением принципа преемственности, а новые знания включать в общую систему геометрических представлений обучающихся, расширяя и углубляя её, образуя прочные множественные связи.

Переход к изучению геометрии на углублённом уровне позволяет:

создать условия для дифференциации обучения, построения индивидуальных образовательных программ, обеспечить углублённое изучение геометрии как составляющей учебного предмета «Математика»;

подготовить обучающихся к продолжению изучения математики с учётом выбора будущей профессии, обеспечивая преемственность между общим и профессиональным образованием.



# СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

## 11 КЛАСС

### **Функции и графики**

Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. Композиция функций. График функции. Элементарные преобразования графиков функций.

Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Периодические функции. Промежутки монотонности функции. Максимумы и минимумы функции. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Линейная, квадратичная и дробно-линейная функции. Элементарное исследование и построение их графиков.

Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график. Свойства и график корня  $n$ -ой степени как функции обратной степени с натуральным показателем.

Показательная и логарифмическая функции, их свойства и графики. Использование графиков функций для решения уравнений.

Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.

Функциональные зависимости в реальных процессах и явлениях. Графики реальных зависимостей.

Графические методы решения уравнений и неравенств. Графические методы решения задач с параметрами.

Использование графиков функций для исследования процессов и зависимостей, которые возникают при решении задач из других учебных предметов и реальной жизни.

### **Начала математического анализа**

Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные и ограниченные последовательности. История возникновения математического анализа как анализа бесконечно малых.

Непрерывные функции и их свойства. Точки разрыва. Асимптоты графиков функций. Свойства функций непрерывных на отрезке. Метод интервалов для решения неравенств. Применение свойств непрерывных функций для решения задач.

Первая и вторая производные функции. Определение, геометрический и физический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

Производные элементарных функций. Производная суммы, произведения, частного и композиции функций.

Применение производной к исследованию функций на монотонность и экстремумы. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.

Применение производной для нахождения наилучшего решения в прикладных задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком.

Первообразная, основное свойство первообразных. Первообразные элементарных функций. Правила нахождения первообразных.

Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Вычисление определённого интеграла по формуле Ньютона-Лейбница.

Применение интеграла для нахождения площадей плоских фигур и объёмов геометрических тел.

Примеры решений дифференциальных уравнений. Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.

### **Уравнения и неравенства**

Решение систем линейных уравнений. Матрица системы линейных уравнений. Определитель матрицы  $2 \times 2$ , его геометрический смысл и свойства, вычисление его значения, применение определителя для решения системы линейных уравнений. Решение прикладных задач с помощью системы линейных уравнений. Исследование построенной модели с помощью матриц и определителей.

Построение математических моделей реальной ситуации с помощью уравнений и неравенств. Применение уравнений и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни.

Система и совокупность уравнений и неравенств. Равносильные системы и системы-следствия. Равносильные неравенства.

Отбор корней тригонометрических уравнений с помощью тригонометрической окружности. Решение тригонометрических неравенств.

Основные методы решения показательных и логарифмических неравенств.

Основные методы решения иррациональных неравенств.

Основные методы решения систем и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений.

Уравнения, неравенства и системы с параметрами.

Применение уравнений, систем и неравенств к решению математических задач и задач из различных областей науки и реальной жизни, интерпретация полученных результатов.

### **Числа и вычисления**

Натуральные и целые числа. Применение признаков делимости целых чисел, наибольший общий делитель (далее – НОД) и наименьшее общее кратное (далее – НОК), остатков по модулю, алгоритма Евклида для решения задач в целых числах.

Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа. Арифметические операции с комплексными числами. Изображение комплексных чисел на координатной плоскости. Формула Муавра. Корни  $n$ -ой степени из комплексного числа. Применение комплексных чисел для решения физических и геометрических задач.

### **Множества и логика**

Множество, операции над множествами и их свойства. Диаграммы Эйлера–Венна. Применение теоретико-множественного аппарата для описания реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов.

Определение, теорема, свойство математического объекта, следствие, доказательство, равносильные уравнения.

### **Тела вращения**

Понятия: цилиндрическая поверхность, коническая поверхность, сферическая поверхность, образующие поверхностей. Тела вращения: цилиндр, конус, усечённый конус, сфера, шар. Взаимное расположение сферы и плоскости, касательная плоскость к сфере. Изображение тел вращения на плоскости. Развёртка цилиндра и конуса. Симметрия сферы и шара.

Объём. Основные свойства объёмов тел. Теорема об объёме прямоугольного параллелепипеда и следствия из неё. Объём прямой и наклонной призмы, цилиндра, пирамиды и конуса. Объём шара и шарового сегмента.

Комбинации тел вращения и многогранников. Призма, вписанная в цилиндр, описанная около цилиндра. Пересечение сферы и шара с плоскостью. Касание шара и сферы плоскостью. Понятие многогранника,

описанного около сферы, сферы, вписанной в многогранник или тело вращения.

Площадь поверхности цилиндра, конуса, площадь сферы и её частей. Подобие в пространстве. Отношение объёмов, площадей поверхностей подобных фигур. Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.

Построение сечений многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара, методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости.

### **Векторы и координаты в пространстве**

Векторы в пространстве. Операции над векторами. Векторное умножение векторов. Свойства векторного умножения. Прямоугольная система координат в пространстве. Координаты вектора. Разложение вектора по базису. Координатно-векторный метод при решении геометрических задач.

### **Движения в пространстве**

Движения пространства. Отображения. Движения и равенство фигур. Общие свойства движений. Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой. Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.

# ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО КУРСА (УГЛУБЛЕННЫЙ УРОВЕНЬ) НА УРОВНЕ СРЕДНЕГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

### **1) гражданского воспитания:**

сформированность гражданской позиции обучающегося как активного и ответственного члена российского общества, представление о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (выборы, опросы и другое), умение взаимодействовать с социальными институтами в соответствии с их функциями и назначением;

### **2) патриотического воспитания:**

сформированность российской гражданской идентичности, уважения к прошлому и настоящему российской математики, ценностное отношение к достижениям российских математиков и российской математической школы, использование этих достижений в других науках, технологиях, сферах экономики;

### **3) духовно-нравственного воспитания:**

осознание духовных ценностей российского народа, сформированность нравственного сознания, этического поведения, связанного с практическим применением достижений науки и деятельностью учёного, осознание личного вклада в построение устойчивого будущего;

### **4) эстетического воспитания:**

эстетическое отношение к миру, включая эстетику математических закономерностей, объектов, задач, решений, рассуждений, восприимчивость к математическим аспектам различных видов искусства;

### **5) физического воспитания:**

сформированность умения применять математические знания в интересах здорового и безопасного образа жизни, ответственное отношение к своему здоровью (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), физическое совершенствование при занятиях спортивно-оздоровительной деятельностью;

### **6) трудового воспитания:**

готовность к труду, осознание ценности трудолюбия, интерес к различным сферам профессиональной деятельности, связанным с математикой и её приложениями, умение совершать осознанный выбор будущей профессии и реализовывать собственные жизненные планы, готовность и способность к математическому образованию и

самообразованию на протяжении всей жизни, готовность к активному участию в решении практических задач математической направленности;

**7) экологического воспитания:**

сформированность экологической культуры, понимание влияния социально-экономических процессов на состояние природной и социальной среды, осознание глобального характера экологических проблем, ориентация на применение математических знаний для решения задач в области окружающей среды, планирование поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды;

**8) ценности научного познания:**

сформированность мировоззрения, соответствующего современному уровню развития науки и общественной практики, понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладение языком математики и математической культурой как средством познания мира, готовность осуществлять проектную и исследовательскую деятельность индивидуально и в группе.

## **МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

### **Познавательные универсальные учебные действия**

**Базовые логические действия:**

выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;

воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;

выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;

делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;

проводить самостоятельно доказательства математических утверждений (прямые и от противного), выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные суждения и выводы;

выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

**Базовые исследовательские действия:**

использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;

проводить самостоятельно спланированный эксперимент, исследование по установлению особенностей математического объекта, явления, процесса, выявлению зависимостей между объектами, явлениями, процессами;

самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

### **Работа с информацией:**

выявлять дефициты информации, данных, необходимых для ответа на вопрос и для решения задачи;

выбирать информацию из источников различных типов, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;

структурировать информацию, представлять её в различных формах, иллюстрировать графически;

оценивать надёжность информации по самостоятельно сформулированным критериям.

## **Коммуникативные универсальные учебные действия**

### **Общение:**

воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;

в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;

представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории.

## **Регулятивные универсальные учебные действия**

### **Самоорганизация:**

составлять план, алгоритм решения задачи, выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

**Самоконтроль, эмоциональный интеллект:**

владеть навыками познавательной рефлексии как осознания совершаемых действий и мыслительных процессов, их результатов, владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;

предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, данных, найденных ошибок, выявленных трудностей;

оценивать соответствие результата цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения результатов деятельности, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

**Совместная деятельность:**

понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных задач, принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;

участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнений, «мозговые штурмы» и иные), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

## **ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ**

К концу обучения в **11 классе** обучающийся получит следующие предметные результаты по отдельным темам рабочей программы учебного курса «Алгебра и начала математического анализа»:

**Числа и вычисления:**

свободно оперировать понятиями: натуральное и целое число, множества натуральных и целых чисел, использовать признаки делимости целых чисел, НОД и НОК натуральных чисел для решения задач, применять алгоритм Евклида;

свободно оперировать понятием остатка по модулю, записывать натуральные числа в различных позиционных системах счисления;

свободно оперировать понятиями: комплексное число и множество комплексных чисел, представлять комплексные числа в алгебраической и

тригонометрической форме, выполнять арифметические операции с ними и изображать на координатной плоскости.

### **Уравнения и неравенства:**

свободно оперировать понятиями: иррациональные, показательные и логарифмические неравенства, находить их решения с помощью равносильных переходов;

осуществлять отбор корней при решении тригонометрического уравнения;

свободно оперировать понятием тригонометрическое неравенство, применять необходимые формулы для решения основных типов тригонометрических неравенств;

свободно оперировать понятиями: система и совокупность уравнений и неравенств, равносильные системы и системы-следствия, находить решения системы и совокупностей рациональных, иррациональных, показательных и логарифмических уравнений и неравенств;

решать рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические и тригонометрические уравнения и неравенства, содержащие модули и параметры;

применять графические методы для решения уравнений и неравенств, а также задач с параметрами;

моделировать реальные ситуации на языке алгебры, составлять выражения, уравнения, неравенства и их системы по условию задачи, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат.

### **Функции и графики:**

строить графики композиции функций с помощью элементарного исследования и свойств композиции двух функций;

строить геометрические образы уравнений и неравенств на координатной плоскости;

свободно оперировать понятиями: графики тригонометрических функций;

применять функции для моделирования и исследования реальных процессов.

### **Начала математического анализа:**

использовать производную для исследования функции на монотонность и экстремумы;

находить наибольшее и наименьшее значения функции непрерывной на отрезке;

использовать производную для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах, для определения скорости и ускорения процесса, заданного формулой или графиком;

свободно оперировать понятиями: первообразная, определённый интеграл, находить первообразные элементарных функций и вычислять интеграл по формуле Ньютона-Лейбница;

находить площади плоских фигур и объёмы тел с помощью интеграла;

иметь представление о математическом моделировании на примере составления дифференциальных уравнений;

решать прикладные задачи, в том числе социально-экономического и физического характера, средствами математического анализа.

### **Геометрия:**

- свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями, объяснять способы получения;
- оперировать понятиями, связанными с телами вращения: цилиндром, конусом, сферой и шаром;
- распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар) и объяснять способы получения тел вращения;
- классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;
- вычислять величины элементов многогранников и тел вращения, объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения, геометрических тел с применением формул;
- свободно оперировать понятиями, связанными с комбинациями тел вращения и многогранников: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;
- вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел;
- изображать изучаемые фигуры, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения;
- извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию о пространственных геометрических фигурах, представленную на чертежах и рисунках;
- свободно оперировать понятием вектор в пространстве;
- выполнять операции над векторами;
- задавать плоскость уравнением в декартовой системе координат;

- решать геометрические задачи на вычисление углов между прямыми и плоскостями, вычисление расстояний от точки до плоскости, в целом, на применение векторно-координатного метода при решении;
- свободно оперировать понятиями, связанными с движением в пространстве, знать свойства движений;
- выполнять изображения многогранников и тел вращения при параллельном переносе, центральной симметрии, зеркальной симметрии, при повороте вокруг прямой, преобразования подобия;
- строить сечения многогранников и тел вращения: сечения цилиндра (параллельно и перпендикулярно оси), сечения конуса (параллельные основанию и проходящие через вершину), сечения шара;
- использовать методы построения сечений: метод следов, метод внутреннего проектирования, метод переноса секущей плоскости;
- доказывать геометрические утверждения;
- применять геометрические факты для решения стереометрических задач, предполагающих несколько шагов решения, если условия применения заданы в явной и неявной форме;
- решать задачи на доказательство математических отношений и нахождение геометрических величин;
- применять программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении стереометрических задач;
- применять полученные знания на практике: сравнивать, анализировать и оценивать реальные ситуации, применять изученные понятия, теоремы, свойства в процессе поиска решения математически сформулированной проблемы, моделировать реальные ситуации на языке геометрии, исследовать построенные модели с использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решать практические задачи, связанные с нахождением геометрических величин;
- иметь представления об основных этапах развития геометрии как составной части фундамента развития технологий.

## ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

### 11 КЛАСС Алгебра и начала математического анализа (углубленное изучение)

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов		
		Всего	Контрольные работы	Практические работы
1	Функции.Производные.	36	1	1
2	Первообразная и интеграл.	14	1	1
3	Уравнения и неравенства.	36	1	1
4	Системы рациональных, иррациональных показательных и логарифмических уравнений	26	1	1
5	Комплексные числа	8		
6	Множества. Логика. Вероятность.	11		
7	Повторение, обобщение, систематизация знаний	5	1	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		136	5	4

### 11 КЛАСС Геометрия (углубленное изучение)

№ п/п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов		
		Всего	Контрольные работы	Практические работы
1	Аналитическая геометрия	15		
2	Повторение, обобщение и систематизация знаний	10	1	
3	Объём многогранника	19		
4	Тела вращения	32	1	
5	Площади поверхности и объёмы круглых тел	11	1	
6	Движения	5		
7	Повторение, обобщение и систематизация знаний	10	2	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		102	5	0

## ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ 11 КЛАСС

Элементарные функции. Область определения и область изменения функции. Ограниченность функции.	1
Четность, нечетность, периодичность функций.	2
Промежутки возрастания, убывания, знакопостоянства и нули функции.	3
Исследование функций и построение их графиков элементарными методами.	4
Основные способы преобразования графиков. Графики функций, содержащих модули.	5
Графики сложных функций.	6
Предел последовательности.	7
Предел функции. Односторонние пределы.	8
Свойства пределов функций.	9
Понятие непрерывности функции. Непрерывность элементарных функций.	10
Разрывные функции.	11
Понятие обратной функции. Взаимно обратные функции.	12
Обратные тригонометрические функции.	13
Примеры использования обратных тригонометрических функций.	14
Практическая работа.	15
Понятие производной.	16
Производная суммы, производная разности.	17
Непрерывность функций, имеющих производную. Дифференциал.	18
Производная произведения. Производная частного.	19
Производные элементарных функций.	20
Производная сложной функции. Производная обратной функции.	21
Практическая работа.	22
Максимум и минимум функции.	23
Уравнения касательной.	24
Приближенные вычисления.	25
Теорема о среднем.	26
Возрастание, убывание функции.	27
Производные высших порядков.	28
Выпуклость графика функции.	29
Экстремум функции с единственной критической точкой.	30
Задачи на максимум и минимум.	31
Асимптоты. Дробно-линейная функция.	32
Построение графиков функций с применением производных	33

Построение графиков функций с применением производных	34
Формула и ряд Тейлора.	35
Контрольная работа "Производная. Применение производной"	36
Повторение: координаты вектора на плоскости, в пространстве, скалярное произведение векторов, вычисление угла между векторами в пространстве.	37
Повторение: уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение плоскости, нормаль, уравнение плоскости в отрезках.	38
Векторное произведение.	39
Линейные неравенства, линейное программирование.	40
Аналитические методы расчета угла между прямыми и плоскостями в многогранниках.	41
Формула расстояния от точки до плоскости в координатах.	42
Нахождение расстояний от точки до плоскости в кубе и правильной пирамиде.	43
Решение задач.	44
Решение задач.	45
Решение задач.	46
Решение задач.	47
Повторение: Сечения многогранников: стандартные многогранники, метод следов, стандартные плоскости, пересечение прямых и плоскостей.	48
Повторение: Сечения многогранников: стандартные многогранники, метод следов, стандартные плоскости, пересечение прямых и плоскостей.	49
Параллельные прямые и плоскости: параллельные сечения, расчет отношений, углы между скрещивающимися прямыми.	51
Параллельные прямые и плоскости: параллельные сечения, расчет отношений, углы между скрещивающимися прямыми.	52
Перпендикулярные прямые и плоскости: стандартные пары перпендикулярных плоскостей и прямых, симметрии многогранников, теорема о трех перпендикулярах, вычисления длин в многогранниках.	53
Перпендикулярные прямые и плоскости: стандартные пары перпендикулярных плоскостей и прямых, симметрии многогранников, теорема о трех перпендикулярах, вычисления длин в многогранниках.	54
Решение задач.	55
Решение задач.	56
Повторение: площади многоугольников, формулы для площадей, соображения подобия.	57
Площади сечений многогранников: площади поверхностей, разрезания на части, соображения подобия.	58
Решение задач.	59
Решение задач.	60
Контрольная работа "Аналитическая геометрия. Сечения	61

многогранников"	
Контрольная работа "Аналитическая геометрия. Сечения многогранников"	62
Понятие первообразной. Основное свойство первообразных.	63
Первообразные элементарных функций.	64
Правила нахождения первообразных.	65
Замена переменной. Интегрирование по частям.	66
Площадь криволинейной трапеции. Интеграл. Геометрический смысл интеграла.	67
Интеграл. Геометрический смысл интеграла. Определенный интеграл.	68
Приближенные вычисления определенного интеграла.	69
Формула Ньютона-Лейбница.	70
Свойства определенного интеграла.	71
Применение определенных интегралов в геометрических задачах (для нахождения площадей плоских фигур и объемов геометрических тел).	72
Понятие дифференциального уравнения.	73
Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Примеры решений дифференциальных уравнений.	74
Математическое моделирование реальных процессов с помощью дифференциальных уравнений.	75
Практическая работа.	76
Объем тела. Объем прямоугольного параллелепипеда.	77
Задачи об удвоении куба, о квадратуре куба; отрисекции угла.	78
Стереометрические задачи, связанные с объемом прямоугольного параллелепипеда.	79
Прикладные задачи, связанные с вычислением объема прямоугольного параллелепипеда.	80
Объем прямой призмы.	81
Стереометрические задачи, связанные с объемом прямой призмы.	82
Прикладные задачи, связанные с объемом прямой призмы.	83
Вычисление объемов тел с помощью определенного интеграла.	84
Объем наклонной призмы, пирамиды.	85
Формула объема пирамиды.	86
Отношение объемов пирамид с общим углом.	87
Стереометрические задачи, связанные с объемами наклонной призмы, пирамиды.	88
Прикладные задачи по теме "Объемы тел", связанные с объемом наклонной призмы, пирамиды.	89
Применение объемов.	90
Вычисление расстояния до плоскости.	91
Решение задач.	92
Решение задач.	93

Контрольная работа по материалам ЕГЭ.	94
Контрольная работа по материалам ЕГЭ.	95
Цилиндрическая поверхность, образующая цилиндрической поверхности.	96
Цилиндр. Прямой круговой цилиндр. Площадь поверхности цилиндра.	97
Коническая поверхность, образующие конической поверхности.	98
Конус. Сечение конуса плоскостью, параллельной плоскости основанияю	99
Усеченный конус.	100
Изображение конусов и усеченных конусов.	101
Площадь боковой поверхности и полной поверхности конуса.	102
Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, построением сечений цилиндра, конуса.	103
Прикладные задачи, связанные с цилиндром.	104
Сфера и шар.	105
Пересечение сферы и шара с плоскостью.	106
Касание шара и сферы плоскостью.	107
Вид и изображение шара.	108
Уравнение сферы. Площадь сферы и ее частей.	109
Симметрия сферы и шара.	110
Стереометрические задачи на доказательство и вычисление, связанные со сферой и шаром, построением их сечений плоскостью.	111
Прикладные задачи, связанные со сферой и шаром.	112
Повторение: окружность на плоскости, вычисления в окружности, стандартные подобию.	113
Различные комбинации тел вращения и многогранников.	114
Задачи по теме "Тела и поверхности вращения"	115
Задачи по теме "Тела и поверхности вращения"	116
Задачи по теме "Тела и поверхности вращения"	117
Контрольная работа	118
Контрольная работа	119
Объем цилиндра. Теорема об объеме прямого цилиндра. Площадь боковой и полной поверхности цилиндра.	120
Вычисление объемов тел с помощью интеграла.	121
Решение задач.	122
Объем конуса. Площади боковой и полной поверхности конуса.	123
Стереометрические задача, связанные с вычислением объемов цилиндра и конуса.	124
Стереометрические задача, связанные с вычислением объемов цилиндра и конуса.	125
Прикладные задачи по теме "Объемы и площади поверхности тел."	126
Прикладные задачи по теме "Объемы и площади поверхности тел."	127
Объем шара и шарового сектора.	128
Теорема об объеме шара. Площадь сферы.	129

Стереометрические задачи, связанные с вычислением объемов шара, шарового сегмента, шарового сектора.	130
Прикладные задачи по теме "Объемы тел".	131
Прикладные задачи по теме "Объемы тел".	132
Соотношения между площадями поверхностей и объемами подобных тел.	133
Подобные тела в пространстве.	134
Изменение объема при подобии.	135
Стереометрические задачи, связанные с вычислением объемов тел и площадей поверхностей.	136
Стереометрические задачи, связанные с вычислением объемов тел и площадей поверхностей.	137
Контрольная работа.	138
Контрольная работа.	139
Равносильные преобразования уравнений.	140
Равносильные преобразования неравенств.	141
Понятие уравнения-следствия.	142
Возведение уравнения в четную степень.	143
Потенцирование логарифмических уравнений.	144
Другие преобразования, приводящие к уравнению-следствию.	145
Применение нескольких преобразований, приводящих к уравнению-следствию.	146
Решение задач.	147
Решение задач.	148
Равносильность уравнений и неравенств системам. Основные понятия.	149
Решение уравнений с помощью систем.	150
Решение уравнений с помощью систем.	151
Решение уравнений с помощью систем.	152
Уравнение вида $f(a(x))=f(b(x))$ .	153
Решение неравенств с помощью систем.	154
Решение неравенств с помощью систем.	155
Решение неравенств с помощью систем.	156
Неравенства вида $f(a(x)) > f(b(x))$ .	157
Контрольная работа.	158
Контрольная работа.	159
Равносильность уравнений на множествах. Основные понятия.	160
Возведение уравнения в четную степень.	161
Умножение уравнения на функцию.	162
Другие преобразования уравнений.	163
Применение нескольких преобразований.	164
Уравнения с дополнительными условиями.	165
Равносильность неравенств на множествах. Основные понятия.	166
Возведение неравенств в четную степень.	167

Умножение неравенства на функцию.	168
Другие преобразования неравенств.	169
Применение нескольких преобразований.	170
Неравенства с дополнительными условиями.	171
Нестрогие неравенства.	172
Решение задач.	173
Метод промежутков для уравнений и неравенств. Уравнения с модулями.	174
Уравнения с модулями.	175
Неравенства с модулями.	176
Метод интервалов для непрерывных функций.	177
Метод интервалов для непрерывных функций.	178
Использование областей существования функций.	179
Использование неотрицательности функций.	180
Использование ограниченности функций.	181
Использование монотонности и экстремумов функций.	182
Использование свойств синуса и косинуса.	183
Решение уравнений и неравенств.	184
Решение уравнений и неравенств.	185
Системы уравнений с несколькими переменными. Равносильность систем.	186
Система следствие.	187
Метод замены неизвестных.	188
Рассуждения с числовыми значениями при решении систем уравнений.	189
Уравнения, неравенства и системы с параметрами.	190
Уравнения с параметром.	191
Уравнения с параметром.	192
Неравенства с параметром.	193
Неравенства с параметром.	194
Системы уравнений с параметром.	195
Системы уравнений с параметром.	196
Задачи с условиями.	197
Задачи с условиями.	198
Контрольная работа.	199
Контрольная работа.	200
Комплексные числа. Алгебраическая форма комплексного числа.	201
Сопряженные комплексные числа.	202
Геометрическая интерпретация комплексного числа.	203
Тригонометрическая форма комплексного числа.	204
Корни из комплексного числа и их свойства.	205
Корни из комплексного числа и их свойства.	206
Корни многочленов.	207
Показательная форма комплексного числа.	208

Практическая работа.	209
Движения пространства. Отображения.	210
Движения и равенство фигур. Общие свойства движения.	211
Виды движений: параллельный перенос, центральная симметрия, зеркальная симметрия, поворот вокруг прямой.	212
Преобразования подобия. Прямая и сфера Эйлера.	213
Геометрические задачи на применение движения.	214
Граф, связный граф, представление задач с помощью графа. Степень (валентность) вершины. Путь в графе.	215
Цепи и циклы. Графы на плоскости.	216
Дерево случайного эксперимента.	217
Случайные опыты, случайные события и вероятности событий.	218
Случайные опыты, случайные события и вероятности событий.	219
Операции над множествами и событиями. Сложение и умножение вероятностей.	220
Условная вероятность. Независимые события.	221
Серии последовательных испытаний. Испытания Бернулли. Случайный выбор из конечной совокупности.	222
Случайные величины и распределения.	223
Случайные величины и распределения.	224
Случайные величины и распределения.	225
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	226
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	227
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	228
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	229
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	230
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	231
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	232
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	233
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	234
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	235
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	236
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	237
Повторение. Работа с материалами ЕГЭ.	238

### **Основные учебные пособия для учителя и учащихся.**

- УМК: Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. Алгебра и начала математического анализа 10 класс(11 класс). Базовый и углубленный уровни. «Просвещение», 2018
- УМК: Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. Математика: Геометрия (базовый и углубленный) 10 – 11 класс (1.3.4.1.2.1).

### **Дополнительная литература для учителя**

1. В.И.Глизбург. Алгебра и начала анализа. Контрольные работы для 11 класса (профильный уровень) под ред. Мордковича А.Г. Москва, «Мнемозина», 2008г.
2. Контрольные и проверочные работы по алгебре 11 класс. Л.И.Звавич, Л.Я.Шляпочник, Б.В.Козулин. Москва, «Дрофа», 2002г.
3. Алгебра и начала математического анализа: самостоятельные работы 11 класс. Л.А.Александрова. Москва, «Мнемозина», 2009г.
4. Контрольные и самостоятельные работы по алгебре и началам анализа 11 класс. М.А.Попов. Москва, «Экзамен», 2008г.
5. Контрольно-измерительные материалы. Алгебра и начала анализа. 11 класс. Сост. А.Н.Рурукин. Москва, «ВАКО», 2012г.
6. Алгебра и начала математического анализа: элективные курсы 10-11 класс. С.М.Никольский. Москва, «Просвещение», 2010г.
7. Методическое пособие для учителя. А.Г.Мордкович. П.В.Семенов. Москва, «Мнемозина», 2010 год.
8. Сборник задач по алгебре и началам анализа 11 класс. Н.А.Терешин, Т.Н.Терешина. Москва, «Аквариум», «АСТ», 1999г.
9. Сборник задач по алгебре и началам анализа 10 - 11 класс. Выпуск 1. «Интеграл и площадь». Л.И.Звавич, А.Р.Рязановский, А.М.Поташник. Москва, «Новая школа», 1996г.

10. Сборник задач по алгебре и началам анализа 10 - 11 класс. А.П.Карп. Москва, «Просвещение», 1995г.
11. Задачи по алгебре и началам анализа. С.М.Саакян, А.М.Гольдман, Д.В.Денисов. Москва, «Просвещение», 2001г.
12. А.Х.Шахмейстер «Введение в математический анализ», под ред. Б.Г.Зива, Москва, Санкт-Петербург, изд-во МЦНМО, 2010г.
13. «Геометрия 10-11 классы: рабочие программы по учебнику Л.С.Атанасяна, В.Ф.Бутузова, С.Б.Кадомцева, Л.С. Киселевой, Э.Г.Поздняка. Базовый уровень. Авт.-сост. Н.А.Ким, Н.И.Мазурова. Волгоград, изд. «Учитель» 2012г.
14. «Изучение геометрии в 10-11 классах: Методические рекомендации к учебнику геометрии авторов Л.С.Атанасяна и др.», Саакян С.М. Москва, Просвещение, 2004г.
15. Потоскуев Е.В. «Контрольные работы по геометрии. 10-11 классы: методическое пособие» Москва, «Дрофа», 2007г.
16. Ю.Н.Тюрин, А.А.Макаров, И.Р.Высоцкий, И.В.Яценко, «Теория вероятностей и статистика», 2008г. МЦНМО: ОАО «Московские учебники»

#### **Интернет-ресурсы.**

1. Интернет-библиотека сайта МЦНМО. <http://ilib.mccme.ru/>
2. Математические этюды. <http://etudes.ru>
3. Научно-популярный журнал «Квант» <http://kvant.mccme.ru>
4. Сайт Александра Ларина alexlarin.com
5. Сайт Дмитрия Гущина «Решу ЕГЭ»
6. Сообщество в VK Wild Mathing







